

文章编号: 1000-2618(2011)01-0060-05

【土木工程】

装配式混凝土铰接板桥铰缝剪力计算

俞博¹, 叶见曙¹, 张剑², 于春江³, 张婷¹

(1. 东南大学交通学院, 南京 210096; 2. 南京航空航天大学航空宇航学院, 南京 210016;
3. 安徽省交通投资集团公司, 合肥 230031)

摘要: 将装配式混凝土铰接板桥比拟成横向抗弯和抗扭刚度为零的正交异性板, 得到铰接板挠曲面微分方程, 推导出对边简支铰接矩形板挠度与横向剪力的解析解, 并分析剪力分布规律以及剪力峰值受铰接板桥特性的影响因素. 结果表明, 铰缝剪力属于车辆轮载作用下的局部受力问题, 其峰值主要与板的截面特性及跨径有关. 得到了 JTG D60-2004 车辆荷载作用下混凝土铰接板桥铰缝剪力最大值的曲线图.

关键词: 桥梁工程; 铰接板; 正交异性板; 铰缝; 横向剪力; 车辆荷载

中图分类号: U 443.3 **文献标识码:** A

装配式混凝土铰接板梁桥在中国使用广泛, 板面一般用混凝土砂浆或细石混凝土填充, 俗称铰缝. 铰缝能提供一定的横向抗弯刚度, 但荷载的横向传递主要靠剪力^[1]. 文献 [2] 假定铰缝中的剪力沿跨长按正弦半波曲线分布. 实际上作用一个集中力时, 沿用正弦半波荷载导出的横向分布系数计算各梁挠度, 其精度是足够的, 但用来计算弯矩和剪力则有误差, 倘若用来计算铰缝中的剪力, 误差就不能允许了^[3-4]. 目前常用的数值方法主要通过商用软件实现, 用实体单元或是简化成梁格计算铰缝剪切作用. 实体单元一般只能计算得到高斯点剪应力, 不能直接得到剪力; 梁格法能得到剪力, 但不是沿铰缝方向的单元长度剪力, 而是梁节点剪力. 针对上述研究不足, 本研究提出一种新的装配式混凝土铰接板桥铰缝剪力计算方法, 将装配式铰接板桥比拟成横向抗弯刚度和抗扭刚度为零的正交异性板, 推导出对边简支铰接矩形板的经典解析解表达式, 并编写 Matlab 计算程序, 分析了铰缝剪力的分布规律.

1 挠曲面方程及其解

正交异性板内力如图 1, 挠曲面方程 $w(x, y)$

为^[5-6]

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (D_{xy} + D_{yx} + D_1 + D_2) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = q(x, y) \quad (1)$$

其中, D_x 、 D_y 分别为 x 、 y 方向的单位抗弯刚度; D_{xy} 、 D_{yx} 分别为 x 、 y 方向的单位抗扭刚度; D_1 、 D_2 分别为 x 、 y 方向的单位耦合抗弯刚度.

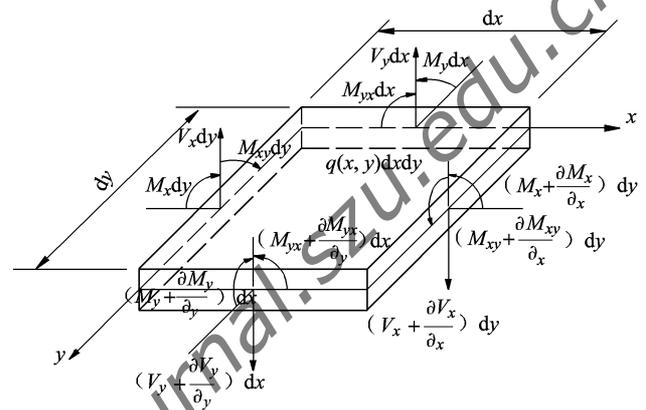


图 1 正交异性板内力

Fig. 1 Internal force of orthotropic plate

铰接板桥通过铰缝横向传递剪力, 形成整体受力的上部结构. 文献 [5] 认为铰接板桥上部结构可以比拟成特殊的正交异性板, 假设纵桥向为 x

收稿日期: 2010-05-03; 修回日期: 2010-09-13

基金项目: 西部交通建设科技资助项目 (200731822379); 江苏省交通科学研究计划资助项目 (08Y52)

作者简介: 俞博 (1982-), 男 (汉族), 江西省玉山县人, 东南大学博士研究生. E-mail: yubo_seu@gmail.com

通讯作者: 叶见曙 (1948-), 男 (汉族), 东南大学教授、博士生导师. E-mail: yejianshu@seu.edu.cn

轴, 横桥向为 y 轴, 则在此横向抗弯刚度 D_y 和横向抗扭刚度 D_{yx} 接近 0, 两个正交方向弯矩的耦合作用受到了限制, D_1 和 D_2 也为 0. 因此, 装配式混凝土铰接板上部结构的挠曲面方程 $w(x, y)$ 可写成

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + D_{xy} \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} = q(x, y) \quad (2)$$

$$\begin{cases} V_y = -D_{xy} \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \\ R_y = V_y + \frac{\partial M_{yx}}{\partial x} \end{cases} \quad (3)$$

式 (3) 中, V_y 为单位长度横向剪力, 即可作为铰接板桥铰缝剪力. 在板问题中, 有时候需要减少边界条件数量 (合并边界条件), 把其中的扭矩 M_{yx} 表示成微段上的竖向力, 得到辅助剪力 R_y , 在铰接板中等于 V_y .

装配式混凝土铰接板梁桥一般为对边简支结构, 式 (2) 的解 w 可通过叠加原理得到, 如图 2^[6].

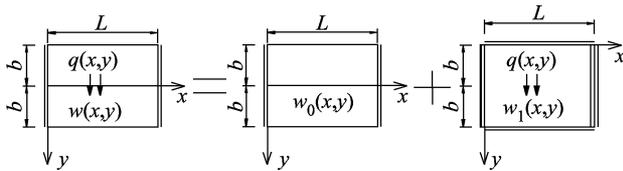


图 2 荷载作用下对边简支铰接板解的叠加

Fig. 2 Solution's superposition of articulated plate with two opposite edges simply supported under load

$$w = w_0 + w_1 \quad (4)$$

$$\begin{cases} w_0 = \sum_m (A_m \cosh k_m y + B_m \sinh k_m y) \sin \lambda_m x \\ w_1 = \sum_m \sum_n \frac{a_{mn}}{D_x \lambda_m^4 + D_{xy} \lambda_m^2 \zeta_n^2} \sin \lambda_m x \sin \zeta_n y \end{cases} \quad (5)$$

其中, w_0 为齐次解, 由 Levy 法解得; w_1 为特解, 由 Navier 法解得; $\lambda_m = m\pi/L$; $\zeta_n = n\pi/2b$; $k_m = \alpha\lambda_m$; $\alpha = (D_x/D_{xy})^{0.5}$, 是与截面抗弯刚度和抗扭刚度有关的量, 称截面特性参数. a_{mn} 与荷载 q 有关.

$$\begin{cases} a_{mn} = \frac{4}{2Lb} \int_0^L \int_0^{2b} q(x, y) \sin \lambda_m x \sin \zeta_n y dx dy \\ a_{mn}^r = \frac{16P}{\pi^2 m n u v} \sin \lambda_m \xi \sin \zeta_n \eta \sin \lambda_m \frac{u}{2} \sin \zeta_n \frac{v}{2} \end{cases} \quad (6)$$

其中, a_{mn} 为一般解, a_{mn}^r 为图 3 所示局部均布荷载的解, P 为荷载作用面积上所有力之和.

经坐标变换, 由式 (4) 可得

$$w = \sum_m [(A_m \cosh k_m y + B_m \sinh k_m y) + \sum_n b_{mn} \sin \zeta_n (y + b)] \sin \lambda_m x \quad (7)$$

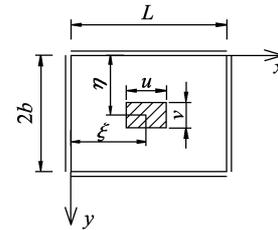


图 3 局部均布荷载

Fig. 3 Local uniform distribution load

式 (7) 有待定量 A_m 和 B_m , 偏微分方程满足两个边界条件, 即桥宽两侧为自由边.

$$R_y |_{y=\pm b} = 0 \quad (8)$$

由式 (8) 可得

$$\begin{cases} A_m = \sum_n -\frac{(-1)^n - 1}{2k_m \sinh k_m b} b_{mn} \zeta_n \\ B_m = \sum_n -\frac{(-1)^n + 1}{2k_m \cosh k_m b} b_{mn} \zeta_n \end{cases} \quad (9)$$

代入式 (3), 可得横向剪力 V_y 为

$$V_y = \sum_m \sum_n \frac{a_{mn} \zeta_n}{\alpha^2 \lambda_m^2 + \zeta_n^2} \left[-\frac{(-1)^n - 1}{2 \sinh k_m b} \sinh k_m y - \frac{(-1)^n + 1}{2 \cosh k_m b} \cosh k_m y + \cos \zeta_n (y + b) \right] \sin \lambda_m x \quad (10)$$

按式 (10) 计算剪力, 首先要确定截面特性参数 α , 需要计算 D_x 和 D_{xy} . 对于矩形截面的铰接板梁桥有

$$D_x = Et^3/12 \quad (11)$$

$$D_{xy} = GKt^3 \quad (12)$$

其中, t 为矩形梁截面厚度; K 为与矩形截面长宽比有关的系数, 取值范围为 0.141 ~ 0.333, 具体对应数值可参考文献 [1].

对于空心截面的铰接板梁桥, 可按下式计算

$$D_x = EI/b_1 \quad (13)$$

$$D_{xy} = GJ_x/b_1 \quad (14)$$

其中, I 为截面惯性矩; b_1 为空心板截面宽度; J_x 为截面抗扭惯性矩,

$$J_x = \frac{4A^2}{\int \frac{1}{t} ds} \quad (15)$$

其中, A 为空心板壁面中心线围成的面积, 如图 4.

2 车辆荷载下铰缝剪力分布

2.1 剪力表达式级数的收敛性

通过傅里叶级数各项和可算得剪力, 在无法取

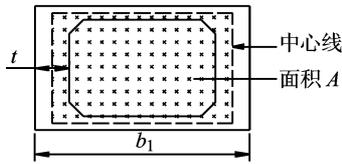


图 4 空心板断面图

Fig. 4 Cross-section of hollow slab

用无限多项时，可增加项数并注意收敛来确定其精确性^[7]。以跨径 20 m，宽 10 m，截面特性参数 $\alpha = 1.0$ 的桥为例，如图 5， $P = 70$ kN 作用在 A 处，讨论剪力随级数阶数增加的收敛性，取级数项数 $m = n$ ，采用 Matlab 软件编程实现。图 6 为剪力峰值随级数项数的收敛性，剪力峰值随级数项增加是收敛的，趋于收敛时的 m 、 n 与荷载作用尺寸有关。

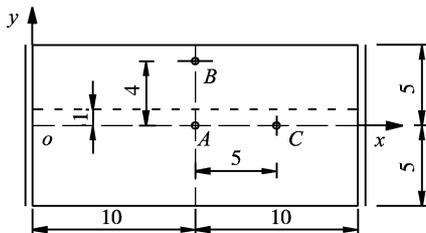


图 5 桥梁尺寸与荷载作用位置示意图 (单位: m)

Fig. 5 Size of bridge and load position (unit: m)

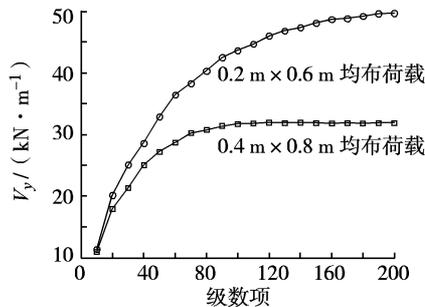


图 6 横向剪力峰值随级数项的收敛性

Fig. 6 Convergence of transverse shear with number of series

2.2 剪力分布与荷载位置的关系

图 7 为剪力沿横桥向分布情况，可知荷载 P 作用在 B 点的剪力峰值大于 A 点，即轮载作用在桥宽外缘产生的剪力峰值最大。图 8 为剪力沿纵桥向分布情况，剪力沿纵桥向集中分布，与传统铰接板法假设的半正弦波形状相差较大，而与文献 [8] 得到的剪力分布规律一致。剪力峰值随荷载作用纵向位置变化不明显。

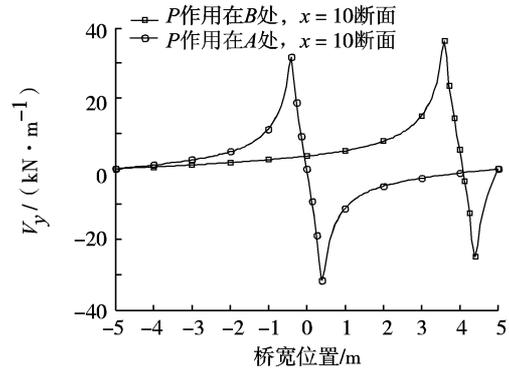


图 7 剪力沿横桥向分布

Fig. 7 Transverse distribution of shear

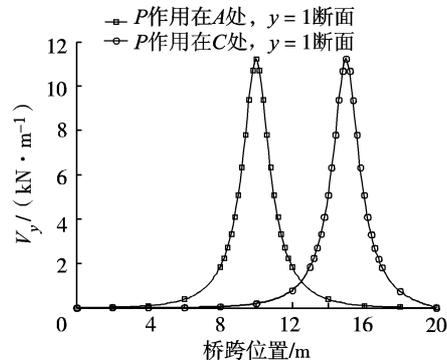


图 8 剪力沿纵桥向分布

Fig. 8 Longitudinal distribution of shear

3 提出的方法

根据《公路桥涵设计通用规范》(JTG D60-2004)，中国公路桥涵设计时，汽车荷载由车道荷载和车辆荷载组成。桥梁结构的整体计算采用车道荷载；桥梁结构的局部加载、涵洞、桥台和挡土墙压力等的计算采用车辆荷载^[9]。由图 7 和图 8 可知，在集中力（如轮载）附近铰缝剪力有局部峰值，因此，应采用车辆荷载计算铰缝剪力。

图 7 表明，车辆轮载作用点离桥外边缘越近，其附近铰缝的剪力峰值越大。车辆荷载尺寸和横向布置参考文献 [9]，铰缝剪力最不利荷载布置，即设计车辆沿桥宽最外侧布置，后轴作用在跨中位置，后轴轮载作用位置附近剪力最大。式 (10) 表明，在设计车辆荷载作用下，铰缝剪力最大值与桥的 α 值、跨径 L 、桥宽 $2b$ 和车辆轮载着地的长宽有关。调查表明，实际混凝土铰接板梁桥截面特性参数 α 值变化范围为 0.5 ~ 2.0。铰接板梁桥属于中小跨径桥梁，中国已出版相应的标准图，跨径有 6、

8、10、13、16 和 20 m, 标准图中有相应截面尺寸及配筋供设计者参考, 并根据道路设计宽度决定横向板的数量. 因此, 有必要讨论在跨径 L 与截面特性系数 α 不变时, 最大铰缝剪力随桥宽 $2b$ 变化的规律. 另外, 考虑到 10cm 厚沥青桥面铺装层对轮载作用力的扩散, 轮胎着地受力尺寸按前轮 $0.4 \text{ m} \times 0.5 \text{ m}$ 、后轮 $0.4 \text{ m} \times 0.8 \text{ m}$ 计算. 图 9 为剪力峰值随桥宽 $2b$ 的变化规律, 当跨径 L 与截面特性系数 α 不变时, 剪力峰值随桥宽 $2b$ 的变化是浮动的, 其幅度远小于其绝对值. 因此, 可认为铰缝剪力最大值与桥宽无关, 本研究在计算时设桥宽 $2b = 10 \text{ m}$. 图 10 以标准图跨径 L 为基础, α 值为变量, 给出了一系列曲线供设计者查看铰缝剪力最大值.

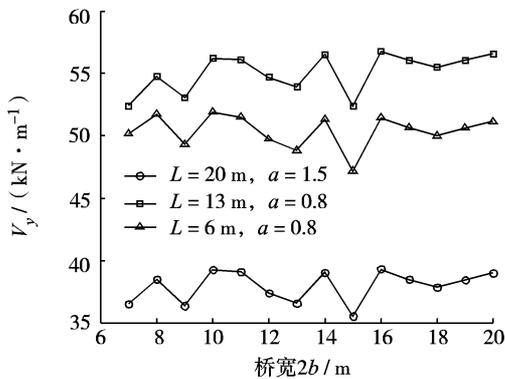


图 9 剪力峰值随桥宽 $2b$ 的变化规律
Fig. 9 Transverse shear variation with respect to bridge width

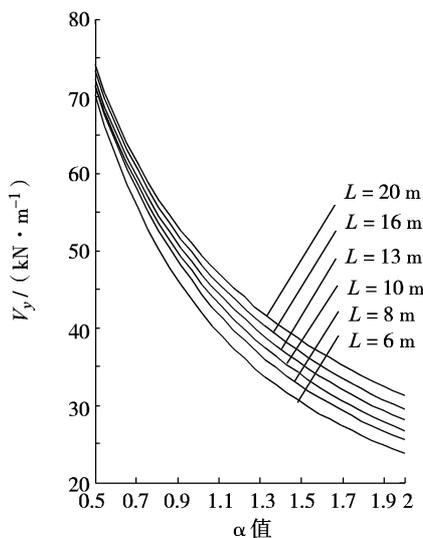


图 10 JTG D60-2004 车辆荷载作用下的铰缝剪力最大值
Fig. 10 Transverse shear intensity under JTG D60-2004 vehicle load

图 11 为某装配式混凝土铰接空心板梁桥, 跨径 $L = 20 \text{ m}$. 按式 (13) ~ (15) 计算该桥参数, $D_x = 42\ 688.2E, D_{xy} = 73\ 068.7G$, 取混凝土 $E/G = 2.3$, 则截面特性系数 $\alpha = 1.16$. 通过图 10 可查到 JTG D60-2004 车辆荷载作用下的铰缝剪力最大值 $V_y = 46 \text{ kN/m}$. 按文献 [5] 计算得到的剪力峰值为 44 kN/m , 证明本文推导的剪力计算公式与编写的 Matlab 程序是可靠的.

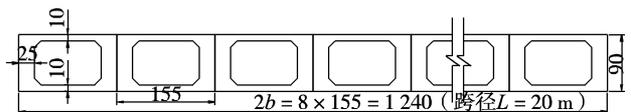


图 11 某装配式混凝土空心板梁桥 (单位: cm)
Fig. 11 Half section of multibeam bridge (unit: cm)

结 语

本研究推导出了对边简支矩形铰接板的挠度和铰缝剪力解表达式, 理论上属于解析解, 具有无限精度. 参数分析表明, 截面特性参数 α 是决定铰缝剪力大小的重要因素, 跨径 L 次之, 桥宽 $2b$ 最小. 文中给出了标准跨径分别为 6、8、10、13、16 和 20 m 的铰接板梁桥铰缝剪力随截面特性系数 α 的变化曲线, 设计者可以很方便查到 JTG D60-2004 车辆荷载作用下铰缝剪力最大值, 由此可以对铰缝进行抗剪计算. 本研究适用于铰接板正桥铰缝混凝土剪力计算, 但用于斜桥可能有一定误差, 有待进一步研究.

参考文献:

- [1] 李国豪, 石 洞. 公路桥梁荷载横向分布计算 [M]. 北京: 人民交通出版社, 1987.
- [2] 易建国. 混凝土简支梁 (板) 桥 [M]. 北京: 人民交通出版社, 2006.
- [3] 席振坤. 铰接板桥铰缝中切力的分布及计算 [J]. 公路, 1985, 6: 8-11.
- [4] 缪志伟, 陆新征, 叶列平, 等. 微平面模型在剪力墙结构计算中的应用 [J]. 深圳大学学报理工版, 2008, 25(2): 122-127.
- [5] Bakht B, Jaeger L G. 桥梁简化分析 [M]. 纽约: 麦格劳希尔图书公司, 1985. (英文版)
- [6] 陈祖坪. 正交异性板的经典解 [J]. 天津大学学报, 1986, 4: 108-119.
- [7] Heins C P. 实用薄板理论 [M]. 列克星顿: 列克星顿出版社, 1976. (英文版)

- [8] Bakht B, Jaeger L G, Cheung M S. 多梁式梁桥的横向剪力 [J]. 结构工程杂志, ASCE, 1983, 109(4): 936-949. (英文版)
- [9] JTG D60-2004. 公路桥涵设计通用规范 [S].

Abstract: 1000-2618(2011)01-0064-EA

[Architecture and Civil Engineering]

Transverse shear of fabricated concrete articulated plate bridge[†]

YU Bo¹, YE Jian-shu¹, ZHANG Jian², YU Chun-jiang³, and ZHANG Ting¹

- | | | |
|---|---|--|
| <p>1) College of Transportation
Southeast University
Nanjing 210096
P. R. China</p> | <p>2) College of Aerospace Engineering
and Astronautics,
Nanjing University of Aeronautics
Nanjing 210016
P. R. China</p> | <p>3) Anhui Provincial
Communication
Investment Group
CO., LTD,
Hefei 230031
P. R. China</p> |
|---|---|--|

Abstract: The articulated plate bridge was likened to orthotropic plate in which both transverse flexural rigidity and transverse torsional rigidity approaches were set to be equal to zero. Then the articulated plate differential equations for the articulated plate were obtained, and the classical deflection and transverse shear solutions of the articulated rectangular plate with two opposite edges simply supported were derived. An analysis on the shear distribution rules and the articulated plate bridge factors indicates that the shear of the articulated plate bridge shear key is related to the local forces under the vehicle load action, and its peak is dependent on the characteristic parameters of the plate section and the span of the bridge. The chart of the maximum value of transverse shear intensities is provided in accordance with the JTG D60-2004 vehicle load.

Key words: bridge engineering; articulated plate; orthotropic plate; shear key; transverse shear; vehicle load

[†] This work was supported by Western Traffic Science and Technology Construction Project (200731822379) and Jiangsu Province Traffic Scientific Research Project (08Y52).

References:

- | | |
|---|--|
| <p>[1] LI Guo-hao, SHI Dong. Calculation of Load Transverse Distribution for Highway Bridges [M]. Beijing: China Communications Press, 1990. (in Chinese)</p> <p>[2] YI Jian-guo. Simple Supported RC Beam (plate) Bridge [M]. Beijing: China Communications Press, 2006. (in Chinese)</p> <p>[3] XI Zhen-kun. Distribution and calculation of the shear force for shear-key of articulated plate bridge [J]. Highway Bridges, 1985, 6: 8-11. (in Chinese)</p> <p>[4] MIAO Zhi-wei, LU Xin-zheng, YE Lie-ping, et al. Application of microplane models in the computation of shear wall structure [J]. Journal of Shenzhen University Science and Engineering, 2008, 25(2): 122-127. (in Chinese)</p> | <p>[5] Bakht B, Jaeger L G. Bridge Analysis Simplified [M]. New York: McGraw-Hill Book Company, 1985.</p> <p>[6] CHEN Zu-ping. Classical solutions of orthotropic plates [J]. Journal of Tianjin University, 1986, 4: 108-119. (in Chinese)</p> <p>[7] Heins C P. Applied Plate Theory for the Engineer [M]. Lexington: Lexington Books, 1976.</p> <p>[8] Bakht B, Jaeger L G, Cheung M S. Transverse shear in multibeam bridges [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 1983, 109(4): 936-949.</p> <p>[9] JTG D60-2004. General code for design of highway bridges and culverts [S]. (in Chinese)</p> |
|---|--|

【中文责编: 坪 梓; 英文责编: 之 聿】